1) Déterminer la valeur exacte de α .
2) On admet que la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

   Donner, en justifiant, le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

Partie B : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{2\ln(x)+1}{x}$.

1) Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on appelle que : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x)}{x}=0$).

   On admettra que : $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$.

2)

   a) Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f .

3)

   a) Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

   On pourra remarquer que : $f(x)=2\times\dfrac{1}{x}\times\ln(x)+\dfrac{1}{x}$.

   b) Soit $I=\dfrac{1}{4}\int_1^5 f(x)dx$. Déterminer la valeur exacte de I , puis en donner une valeur approchée au centième près.

Partie C : Application économique

Dans cette partie, on pourra utiliser certains résultats de la partie B.

Une entreprise de sous-traitance fabrique des pièces pour l'industrie automobile. Sa production pour ce type de pièces varie entre 1000 et 5000 pièces par semaines, selon la demande.

On suppose que toutes les pièces produites sont vendues.

Le bénéfice unitaire, en fonction du nombre de pièces produits par semaine, peut être modélisé par la fonction f définie dans la partie B, avec x exprimé en milliers de pièces et $f(x)$ exprimé en euros.

1) Déterminer, au centime près, la valeur moyenne du bénéfice unitaire pour une production hebdomadaire compris entre 1000 et 5000 pièces.

www.takiacademy.com